

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

SESSION 2014

CONCOURS de RECRUTEMENT DES
TECHNICIENS SUPERIEURS DE L'AVIATION/
TECHNICIENS SUPERIEURS DES ETUDES ET DE L'EXPLOITATION DE
L'AVIATION CIVILE

(T.S.A./T.S.E.E.A.C)

MATHEMATIQUES & PHYSIQUE

(EPREUVE OBLIGATOIRE OPTIONNELLE)

Durée : 3 heures

Coefficients :

- concours externe : 6
- concours interne : 5

Cette épreuve comporte : 14 Pages

- ⊖ 1 page de garde (recto)
- ⊖ 2 pages d'instructions pour remplir le QCM (recto-verso)
- ⊖ 11 pages de texte du sujet (recto-verso)

Le sujet est composé de deux parties :

- 1^{ère} sous-épreuve - **Mathématiques** : de la page M1 à M7 (15 questions de 1 à 15)
- 2^{ème} sous-épreuve - **Physique** : de la page P1 à P4 (15 questions de 16 à 30)

Calculatrice Interdite

ÉPREUVE OBLIGATOIRE OPTIONNELLE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve « obligatoire Optionnelle de Mathématiques et Physique » de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

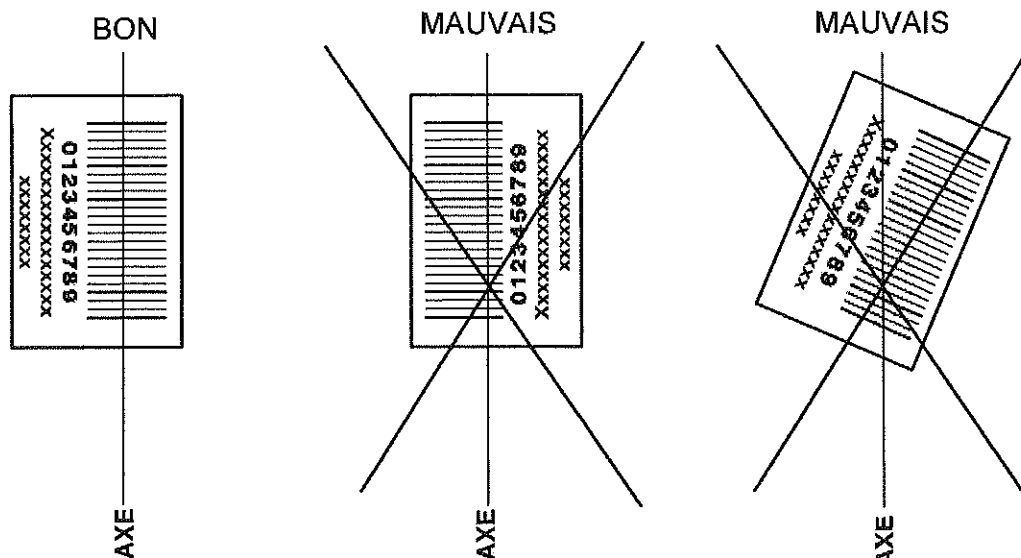
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'**étiquette** correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire épreuve obligatoire optionnelle de mathématiques et physique (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE** et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte **30 questions** : les **15 premières questions de Mathématiques**, suivies de **15 questions de Physique**. Certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte de chaque partie du sujet.

Tournez la page S.V.P.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 30, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 31 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 30, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

• MATHÉMATIQUES

Question 1: $1^2 + 2^2$ vaut

- A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1					
	A	B	C	D	E

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut

- A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Vous marquerez sur la feuille réponse :

2					
	A	B	C	D	E

• PHYSIQUE

Question 16 : Soit un corps de masse $m = 1 \text{ kg}$, et de poids \vec{P} . Avec $g = 10\text{ms}^{-2}$ on a :

- A) $\|\vec{P}\| = 60\text{N}$ B) $\|\vec{P}\| = 10\text{N}$ C) \vec{P} toujours vertical D) \vec{P} toujours horizontal

Vous marquerez sur la feuille réponse :

16					
	A	B	C	D	E

PARTIE MATHÉMATIQUES

QUESTIONS LIÉES

1 à 7

8 à 11

12 à 15

Notations

Les lettres \mathbb{R} et \mathbb{N} désignent respectivement les ensembles des réels et des entiers naturels.

La lettre e désigne la constante de Neper et l'application qui à x associe e^x désigne l'exponentielle de base e .

Partie I

On dispose d'une grille à 3 lignes et 3 colonnes. Une machine M_1 place au hasard un jeton dans une case de la grille, puis une machine M_2 place de même un jeton sur la grille dans une case libre e_i , enfin une troisième machine M_3 place un jeton dans une case libre.

Soient les évènements suivants :

- H : « Les 3 jetons sont alignés horizontalement »,
- V : « Les 3 jetons sont alignés verticalement »,
- D : « Les 3 jetons sont alignés en diagonale »,
- N : « Les 3 jetons ne sont pas alignés ».

Question 1

La probabilité de l'évènement H vaut :

A) $p(H) = \frac{1}{27}$

B) $p(H) = \frac{1}{28}$

La probabilité de l'évènement V vaut :

C) $p(V) = \frac{1}{27}$

D) $p(V) = \frac{1}{18}$

Question 2

La probabilité de l'évènement D vaut :

A) $p(D) = \frac{1}{42}$

B) $p(D) = \frac{1}{63}$

Ainsi, la probabilité de l'évènement N vaut :

C) $p(N) = \frac{56}{63}$

D) $p(N) = \frac{19}{21}$

On considère la variable aléatoire X définie par :

- $X = 20$ lorsque H ou V est réalisé
- $X = \alpha$ lorsque D est réalisé
- $X = -2$ lorsque N est réalisé

Question 3

La valeur de α pour laquelle l'espérance de X est nulle est :

- A) $\alpha = 14$
- B) $\alpha = 15$
- C) $\alpha = 16$
- D) $\alpha = 17$

On se place dans le cas où la machine M_1 est déréglée : elle place alors le premier jeton dans un des coins de la grille.

Soit Δ l'évènement « la machine M_1 est déréglée ».

Question 4

La probabilité d'avoir un alignement horizontal est :

- A) $p_{\Delta}(H) = \frac{1}{28}$
- B) $p_{\Delta}(H) = \frac{1}{63}$
- C) $p_{\Delta}(H) = \frac{9}{112}$
- D) $p_{\Delta}(H) = \frac{3}{84}$

Soit A l'évènement « les 3 jetons sont alignés horizontalement ou verticalement ou en diagonale ».

Question 5

On a :

- A) $p_{\Delta}(A) = \frac{1}{21}$
- B) $p_{\Delta}(A) = \frac{3}{28}$
- C) $p_{\Delta}(A) = \frac{3}{112}$
- D) $p_{\Delta}(A) = \frac{3}{84}$

Dans toute la suite, on suppose que $p(\Delta) = \frac{1}{5}$.

Question 6

On a :

A) $p_{\Delta}(\bar{A}) = \frac{20}{21}$

B) $p_{\Delta}(\bar{A}) = \frac{19}{105}$

C) $p_{\bar{\Delta}}(\bar{A}) = \frac{19}{21}$

D) $p_{\bar{\Delta}}(\bar{A}) = \frac{76}{105}$

On ne sait pas lorsqu'on joue si la machine M_1 est en état de marche. On joue une partie et on constate que les 3 jetons sont alignés.

Question 7

La probabilité p pour que la machine M_1 soit déréglée est alors de :

A) $p = \frac{41}{420}$

B) $p = \frac{3}{140}$

C) $p = \frac{1}{10}$

D) $p = \frac{9}{41}$

Partie II

Soit f la fonction définie par $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)e^x + 1$.

Question 8

- A) La fonction f est définie pour $x \in \mathbb{R}_+$
- B) La fonction f est définie pour $x \in \mathbb{R}_-$
- C) La fonction f est définie uniquement pour $x \in \mathbb{R}_+$
- D) La fonction f est définie uniquement pour $x \in \mathbb{R}_-$

Question 9

Le calcul de la dérivée de f donne :

- A) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}e^x$
- B) $f'(x) = -\left(1 + \frac{1}{x}\right)\frac{1}{x^2}e^x$
- C) $f'(x) = -\left(2 + \frac{1}{x}\right)\frac{1}{x^2}e^x$
- D) $f'(x) = -\left(\frac{2x+1}{x^3}\right)e^x$

Question 10

- A) La fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty; 0[$ et décroissante sur $]0; +\infty[$
- B) La fonction f est croissante sur l'intervalle $]1 - e^{-2}; 1[$
- C) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$
- D) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; -1[$

Question 11

- A) La fonction f est positive pour tout $x \in \mathbb{R}^*$
- B) La fonction f est positive pour $x \in \left]-\frac{1}{2}; 0\right[$, et négative sinon
- C) La fonction f est positive pour $x \in \mathbb{R}_-$, et négative pour $x \in \mathbb{R}_+$
- D) La fonction f est négative pour $x \in \mathbb{R}_-$, et positive pour $x \in \mathbb{R}_+$

Partie III

Pour tout entier naturel n , on considère la fonction f_n définie sur \mathbb{R} par :

$$f_n(x) = \frac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$$

On souhaite étudier la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \int_0^1 f_n(x) dx$$

Question 12

On a :

- A) $u_0 = e$
- B) $u_0 = \frac{\ln(1+e)}{2}$
- C) $u_0 = 1 - \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$
- D) $u_0 = \ln(e+1) - \ln(2)$

Question 13

On montre

- A) $u_0 + u_1 = 1$
- B) $u_0 + u_1 = 1 - \frac{1}{e}$
- C) $u_0 + u_1 = 1 + e$
- D) $u_0 + u_1 = 1 + \frac{1}{e}$

Question 14

On en déduit :

- A) $u_1 = 1 + \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$
- B) $u_1 = 1 - \frac{1}{e} - \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$
- C) $u_1 = 1 + e - \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$
- D) $u_1 = 1 + \frac{1}{e} - \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

Question 15

On pose $k(x) = f_{n+1}(x) - f_n(x)$.

- A) La fonction k est positive sur $[0;1]$, et de ce fait la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante
- B) La fonction k est positive sur $[0;1]$, et de ce fait la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante
- C) La fonction k est négative sur $[0;1]$, et de ce fait la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante
- D) La fonction k est négative sur $[0;1]$, et de ce fait la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante

PARTIE PHYSIQUE

QUESTIONS LIÉES

16 à 18

20 à 21

22 à 23

24 à 26

27 à 30

Données numériques :

Célérité d'une onde électromagnétique dans le vide : $3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre : $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Question 16

Soit une onde électromagnétique se propageant dans le vide, dont la longueur d'onde est de 500 nm. Sa fréquence est comprise entre

- A - 10^{-15} Hz et 10^{-14} Hz.
- B - 100 Hz et 1 000 Hz.
- C - 10^{11} Hz et 10^{12} Hz.
- D - 10^{14} Hz et 10^{15} Hz.

Question 17

Sa période est comprise entre

- A - 10^{-15} s et 10^{-14} s.
- B - 10^{-12} s et 10^{-11} s.
- C - 10^{-3} s et 10^{-2} s.
- D - 10^6 s et 10^7 s.

Question 18

Il s'agit

- A - de rayons X.
- B - d'une onde ultraviolette.
- C - d'une onde lumineuse.
- D - d'une onde infrarouge.

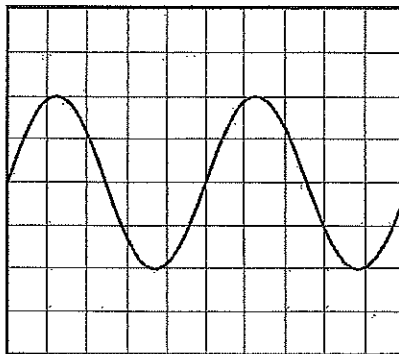
Question 19

La vitesse de propagation des ondes le long d'une corde est de $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Une onde sur cette corde a une longueur d'onde de 10 cm. Pour l'observer, on utilise un stroboscope. On peut régler ce stroboscope sur

- A - 300 éclairs par minute.
- B - 600 éclairs par minute.
- C - 900 éclairs par minute.
- D - 1 200 éclairs par minute.

Question 20

On alimente un haut-parleur à l'aide d'un générateur basse fréquence (GBF) afin de créer une onde sonore. Pour visualiser la tension délivrée par ce GBF, on utilise un oscilloscope. Ce dernier est réglé sur les calibres $500 \mu\text{s}/\text{div}$ et $5 \text{ V}/\text{div}$. L'oscillogramme obtenu est le suivant :



La fréquence de l'onde sonore sera comprise entre

- A - 10^{-3} Hz et 2×10^{-3} Hz.
- B - 2×10^{-3} Hz et 3×10^{-3} Hz.
- C - 100 Hz et 500 Hz.
- D - 500 Hz et 1 000 Hz.

Question 21

L'onde sonore obtenue correspondra à

- A - un infrason.
 - B - un son audible trop grave pour pouvoir être joué par une flûte à bec soprano.
 - C - un son audible pouvant être joué par une flûte à bec soprano.
 - D - un ultrason.
-

Question 22

Soit un satellite ayant une trajectoire circulaire de rayon r .

- A - La direction de son accélération est tangente au cercle de la trajectoire.
- B - Le sens de son accélération est vers le centre du cercle de la trajectoire.

L'intensité de la force qu'il subit de la part de la planète attractrice varie comme

- C - $1/r$.
 - D - $1/r^2$.
-

Question 23

Soit T la période de son mouvement.

- A - Elle ne dépend pas de la masse du satellite.
 - B - Elle ne dépend pas de la masse de la planète attractrice.
 - C - Elle varie comme $r^{3/2}$.
 - D - Elle varie comme $r^{2/3}$.
-

Question 24

Un véhicule de masse 1 tonne roule sur une route horizontale rectiligne avec une vitesse de 54 km.h⁻¹. En m.s⁻¹, cette vitesse est comprise entre

- A - 10 m.s⁻¹ et 17 m.s⁻¹.
 - B - 17 m.s⁻¹ et 30 m.s⁻¹.
 - C - 100 m.s⁻¹ et 170 m.s⁻¹.
 - D - 170 m.s⁻¹ et 300 m.s⁻¹.
-

Question 25

À cause d'un feu rouge, il freine et s'arrête sur une distance de 50 m. Le travail des forces de freinage est compris entre

- A - -200 W et -100 W.
 - B - -200 J et -100 J.
 - C - -200 kW et -100 kW.
 - D - -200 kJ et -100 kJ.
-

Question 26

Il s'arrête avec une accélération que l'on suppose constante pendant la durée du freinage. Le module de cette accélération est compris entre

- A - 0,1 m.s⁻² et 1 m.s⁻².
 - B - 1 m.s⁻² et 10 m.s⁻².
 - C - 10 m.s⁻² et 100 m.s⁻².
 - D - 100 m.s⁻² et 1 000 m.s⁻².
-

Question 27

La chaleur délivrée par un radiateur de 1 kW pendant un quart d'heure est comprise entre

- A - 100 W.h et 200 W.h.
- B - 200 W.h et 300 W.h.
- C - 100 J et 1 kJ.
- D - 100 kJ et 1 MJ.

Question 28

Ce radiateur est placé dans une pièce de 10 m². Cette pièce fait elle même partie d'un logement dont la performance énergétique est de 80 kW.h par année et par mètre carré. Ce radiateur fonctionne 200 jours par an. La durée pendant laquelle il devra fonctionner chaque jour est en moyenne comprise entre

- A - une demi-heure et une heure.
- B - une heure et cinq heures.
- C - cinq heures et dix heures.
- D - dix heures et vingt heures.

Question 29

Ce radiateur est un radiateur à bain d'huile qui contient 5 L d'huile. Cette huile est initialement à une température de 40 °C. On éteint le radiateur et la température de l'huile redescend jusqu'à 20°C. La capacité thermique de l'huile est de 2 kJ.kg⁻¹.K⁻¹ et sa densité est de 0,8. L'énergie thermique transférée est alors comprise entre

- A - 1 J et 10² J.
- B - 10² J et 10⁴ J.
- C - 10⁴ J et 10⁶ J.
- D - 10⁶ J et 10⁸ J.

Question 30

Pour fournir une telle énergie à l'aide d'une centrale hydraulique, la masse d'eau qui devrait chuter d'une hauteur de 100 m devrait être comprise entre

- A - 3 kg et 10 kg.
- B - 10 kg et 30 kg.
- C - 30 kg et 100 kg.
- D - 100 kg et 300 kg.